

Extra övningsuppgifter 2

6/9 1997

- 4.1 En punktladdning q i en punkt P_0 påverkar varje annan punkt P i form av vektorn

$$q \cdot \frac{\overrightarrow{P_0P}}{|\overrightarrow{P_0P}|^3}$$

Om man har flera punktladdningar får man addera motsvarande vektorer. Summan är det så kallade elektriska fältet.

- (a) Bestäm det elektriska fältet i punkten $P_0 = (1, 2, 3)$ då man har punktladdningen q i var och en av punkterna $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ och $(0, 0, 1)$.
- (b) (forts. på (a)) Bestäm det elektriska fältets styrka (beloppet av det elektriska fältet).
- 4.2 En partikel med massan m och laddningen q rör sig med hastighetsvektorn \vec{v} i ett magnetfält H . Partikelns acceleration kan beräknas enligt

$$\frac{q}{mc} (\vec{v} \times H) \quad (\text{där } c \text{ är ljushastigheten})$$

Beräkna accelerationen då $q = 23.8$, $m = 4.7$, $c = 3.0 \cdot 10^8$, $\vec{v} = (3, -2, 4)$ och $H = (1, 0, 5)$.

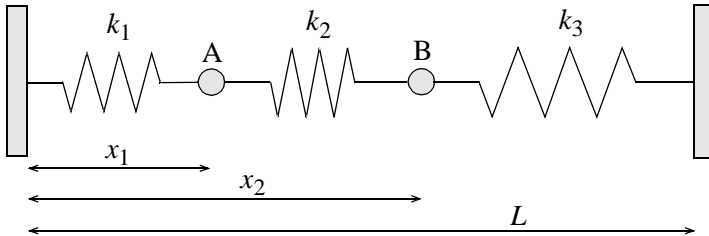
- 4.3 Två hästar ska dra en pråm i en kanal, som går rätlinjigt i vektorriktningen $(2, 1)$. Den ena hästen drar med kraftvektorn $(3, 0)$, medan den andra anpassar sin kraftvektor $t(1, 1)$ så att pråmen går rakt fram i kanalen. Bestäm t .
- 4.4 En lastbil som väger 27 ton har parkerats i en backe som lutar i riktningen $(1, 5)$. Bestäm storleken av den kraft som behövs för att hålla lastbilen kvar i backen.
- 4.5 För vilka värden på a ligger punkterna $(1, 0, 1)$, $(a, 2, -1)$, $(3, 1, 0)$ och $(1, a, 0)$ i samma plan?

5.1 En kropp i punkten (x, y, z) utsätts för de två krafterna

$$F_1 = (5x + 2, y - z, 2x) \quad \text{och} \quad F_2 = 4(y, x + 3z, y - z)$$

I vilken punkt befinner sig kroppen i jämvikt?

5.2 Tre elastiska fjädrar med längderna l_1, l_2, l_3 (i vila) och fjäderkonstanterna k_1, k_2, k_3 kopplas i serie. Ändarna fästs mot var sin vägg.



Enligt Hookes lag är fjäderkraften proportionell mot fjäderns utsträckning.

(a) Anta att vi har jämvikt vid punkten A. Ange jämviktsekvationen för fjäderkrafterna.

(b) Gör motsvarande för punkten B.

(c) Lös ut x_1 och x_2 ur det ekvationssystem man får av ekvationerna i (a) och (b) då man väljer $k_3 = 2k_2 = 5k_1$.

(d) Bestäm lösningen i (c) då $l_1 = 1, l_2 = 1, l_3 = 1$ och $L = 4$.

5.3 (Från hållfasthetsläran)

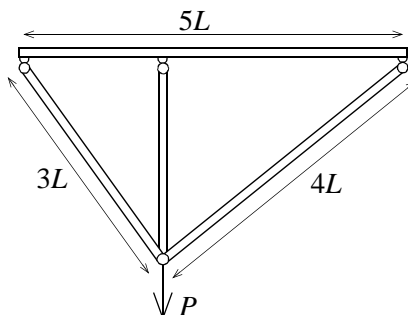
Vi skall ställa upp ett antal ekvationer för ett så kallat fackverk bestående av tre stänger.

Man kan visa att följande ekvationer är uppfyllda (variablernas exakta betydelse förklaras inte här).

$$\text{(jämvikt)} \quad \frac{3}{5}S_1 + S_2 + \frac{4}{5}S_3 = P, \quad \frac{4}{5}S_1 - \frac{3}{5}S_3 = 0$$

$$\text{(deformationer)} \quad \delta_1 = \frac{4LS_1}{EA}, \quad \delta_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{4LS_2}{EA}, \quad \delta_3 = \frac{3LS_3}{EA}$$

$$\text{(deformationssamband)} \quad \delta_1 = \frac{3}{5}\Delta_v + \frac{4}{5}\Delta_h, \quad \delta_2 = \Delta_v, \quad \delta_3 = \frac{4}{5}\Delta_v - \frac{3}{5}\Delta_h$$



A = tvärsnittsarean

E = "E-modulen"

Lös ut variablerna $S_1, S_2, S_3, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \Delta_v, \Delta_h$ uttryckta i konstanterna A, L och E samt den belastande dragkraften \vec{P} .

Facit till extra övningsuppgifter 2

4.1 (a) $q(0.0644, 0.1442, 0.2203)$ (b) $0.271 \cdot |q|$

4.2 $1.69 \cdot 10^{-8}(-10, -11, 2)$

4.3 $t = 3$

4.4 $2.6 \cdot 10^5 \text{ N}$

4.5 $a = 1$ och $a = 5$

5.1 $(x, y, z) = \left(\frac{12}{-11}, \frac{19}{22}, \frac{7}{22} \right)$

5.2 (a) $k_1(x_1 - l_1) = k_2(x_2 - x_1 - l_2)$ (b) $k_2(x_2 - x_1 - l_2) = k_3(L - x_2 - l_3)$

(c) $x_1 = \frac{21}{56}l_1 - \frac{35}{56}l_2 - \frac{5}{8}l_3 + \frac{5}{8}L$ $x_2 = \frac{1}{8}l_1 + \frac{1}{8}l_2 - \frac{7}{8}l_3 + \frac{7}{8}L$ (d) $x_1 = \frac{13}{8}$, $x_2 = \frac{23}{8}$

5.3 $S_1 = \frac{P}{4}$, $S_2 = \frac{7P}{12}$, $S_3 = \frac{P}{3}$, $\delta_1 = \frac{PL}{EA}$, $\delta_2 = \frac{7PL}{5EA}$, $\delta_3 = \frac{PL}{EA}$, $\Delta_v = \frac{7PL}{5EA}$, $\Delta_h = \frac{PL}{5EA}$